

Свободная частица

1. Покажите, что выражения $[Ae^{ikx} + Be^{-ikx}]$, $[C\cos(kx) + D\sin(kx)]$, $[F\cos(kx + \alpha)]$, и $[G\sin(kx + \beta)]$ являются эквивалентными способами записи одной и той же функции от x , и выразите константы C, D, F, G, α и β в терминах A и B . Предполагайте, что функции действительны.
2. Рассмотрим свободную частицу, которая в начальный момент времени локализована в интервале $-a < x < a$:

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} A, & \text{если } -a < x < a \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

где A и a — действительные положительные константы.

- (a) Найдите A , нормировав Ψ .
 - (b) Найдите $\phi(k)$ (Коэффициенты разложения по состояниям с определенной энергией).
 - (c) Прокомментируйте поведение $\phi(k)$ для очень больших и очень маленьких значений a . Как это соотносится с принципом неопределенности?
3. Частица имеет начальную волновую функцию вида:

$$\Psi(x, 0) = Ae^{-ax^2}$$

- (a) Нормируйте $\Psi(x, 0)$.
- (b) Найдите $\Psi(x, t)$.
- (c) Найдите $|\Psi(x, t)|^2$.
- (d) Найдите $\langle x \rangle, \langle p \rangle, \langle x^2 \rangle, \langle p^2 \rangle, \sigma_x, \sigma_p$.
- (e) Выполняется ли принцип неопределенности? В какой момент система походит к пределу неопределенности ближе всего?